

性流动的影响。在这样的假设下，可以导出在拉深成形过程中模具轮廓与板料周界是主应力迹线，因此滑移线与这些轮廓呈  $45^\circ$ ，绘出每点的两个最大剪应力方向并作包络线，则可得到两组互相正交的，表示最大剪应力方向的迹线，这样的两组曲线在 X、Y 平面上形成一个曲线网称为滑移线，如图 2.1 所示。当物体处于屈服状态时，各点的最大剪应力达到 K 值，塑性变形就沿着这些曲线进行滑移。如果模具轮廓由直线和圆弧组成，那么在法兰处生成滑移线是容易的，在此情况下，滑移线从模具轮廓开始以直线或对数螺旋线的形式在法兰处发射，最终形成一个滑移线网格。

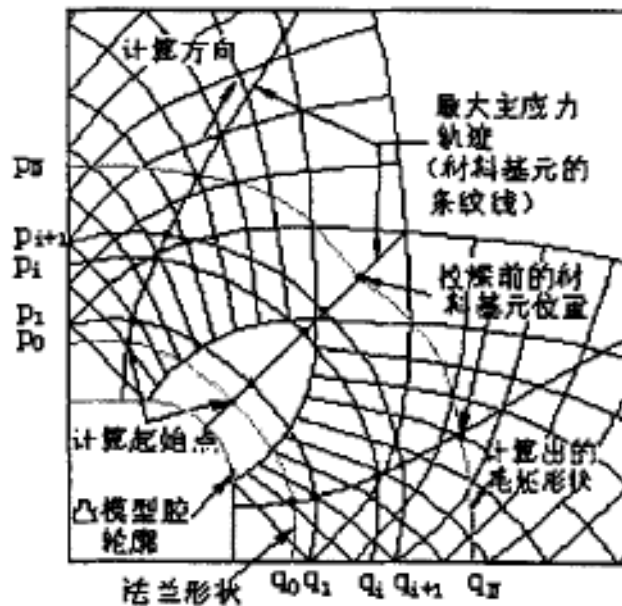


图2.1 滑移线法原理

应用滑移线理论，研究和制作冲压件板料展开的合理形状和尺寸，是一种比较直观和合理的方法。滑移线场建立的方法，概括起来有两种：数学解析法和分析推理法。但是研究表明，只有在特别简单的边界条件下，才能从特征方程求解中给出滑移线的数学表达式。一般情况下，需利用特征方程的数值积分，根据给定的边界条件，逐点递推，求得近似滑移线场，这种方法是以变换特征线微分方程有限差分关系式，并利用滑移线的特性作为基础的。由于数学运算比较复杂，较难推广应用。分析推理法根据金属流动情况、塑性区的边界条件和应力状态等，并利用滑移线的特性，通过分析推理得出滑移线场。由于变形区各部分的边界条件和应力状态不一定相同，故常常需要分区域考虑滑移线场，然后将一系列滑移线场拼接起来，构成一个完整的滑移线场。有时对于同一个问题，可能作出不同的滑移线场，这就需要进行进一步较核其唯一性和合理性。

滑移线场法有一定的力学理论依据，利用滑移线的物理意义进行计算，易于计算机实现，简便快捷，值得在实践中推广使用，但滑移线理论的应用前提使得其适用性的狭窄。该理论的应用前提有两点：①忽略材料的应变刚化效应，假设

变形体为一理想刚塑性体，这会影响板料预测的精度；②变形物体必须处于平面应变状态，在板料成形问题中，如果忽略厚度的变化，才可用于主应力异号的平面应力状态。

## 2.3 势场模拟法

模拟法假设冲压板料为不可压缩的平面各向同性的刚塑性体，在冲压过程中，介于工件边缘和准确板料边缘之间的部分，处于塑性状态，并在内边缘应力的作用下向凹模型腔内流动。根据物理模型的数学描述的相似性，从理论上可以证明，冲压工件凸缘处金属的这种流动与相似区域、相似边界条件的纯粘性流体的流动、电流的流动或热传导是相似的，因而可用这些由势场模拟求出不规则的冲压件的展开板料外形。一般对于外形相似的冲压件，只须求出某一尺寸模型的等位线，其它尺寸模型的等位线均可以通过放大或缩小得到。势场模拟法主要有电模拟法、热模拟法和势流场模拟法等。

### 2.3.1 电模拟法

电模拟法基本符合冲件板料展开尺寸的一般假设条件：①板料面积在冲压前后不变；②圆角部分的多余材料全部转移到直边部分。拉伸成形中，凸缘变形区的材料在径向拉伸应力的作用下向凹模型腔内塑性变形流动，理论上能证明：凸缘变形区材料的这种流动与相似区域、相似边界条件的电流流动是相似的。因此，可用电模拟确定出形状复杂的拉伸成形零件的展开板料形状。

然而，实际上，圆角部分的多余板料是很难全部转移到直边部分的。由于冲压过程中板料变厚变薄量分配的不均匀，甚至凸缘部分也往往不全部处于塑性变形状态，冲压前后的面积并不完全相同。这些与假设条件不相符的实际情况，使得电模拟法的准确度受到影响。

### 2.3.2 流体模拟法

流体模拟法假设板料拉伸成形过程中的凸缘变形区处于平面应力状态，材料在板平面内各向同性并具有线性应力应变关系。根据这些假设可得到凸缘变形的金属流动与势流场流动的相似性，用势流场模拟法确定出形状复杂的平底拉伸成形件的展开板料形状。

### 2.3.3 热传导模拟法

热传导模拟法假设以下几点成立<sup>[9-11]</sup>：①薄板材料在塑性变形过程中厚度不变；②材料各向同性；③不考虑摩擦对材料变形的影响；④材料为理想刚塑性体。在上述假设条件下，拉伸成形板料的凸缘金属塑性流动满足下列变形协调微分方程：

$$\Delta^2 T = 0$$

传热学中，二维无内热源稳态热传导微分方程为：

$$\Delta^2 \sigma_m = 0$$

两式具有相同的数学表达式，根据相似理论，只要使两者几何相似和边界条件相似，就能够用热传导温度场来模拟薄板拉延成形中凸缘金属流动的平面应力场，从而确定板料的初始形状。但是，这些方法虽然很新颖，由于需进行相关的物理实验以及数学描述的近似性，在实际生产中不太实用。

与经验法相比较，对于圆角半径 $R$ 较小而直边较长的矩形件，当拉延深度很浅时，直边段凸缘很少或不发生塑性变形，这与一般的理论推导中整个凸缘的板料均处于塑性状态的假设不相符，因而模拟效果较差，此时最好采用经验算法。当矩形件的深度较大时，经验算法会产生很大的误差，笼统地增加直边的高度与实际情况相差很大，而模拟法从金属流动的观点来考虑，对较深的矩形件板料的计算比经验法取得更好的效果。

## 2.4 几何映射法

C. Gerdeen 和 P. Chen 最早提出几何映射法<sup>[12,13]</sup>，他们认为，应变由变形前后板料的几何差别定义，而通常变形后的板料形状已知，因此从理论上讲有可能将变形后的板料点对点地映射回初始平板，并且不需要知道载荷就能够计算应力的分布。Gerdeen和Sowerby在1982年提出的几何映射法是依据投影原理，遵从面积不变原则，将置于零件表面的空间曲面三角形展开在平面上，以近似确定坯料外形及尺寸。此方法利用参数双三次样条曲面描述板金零件，特别是对复杂形状零件的曲面描述，即给定空间 $m \times n$ 个点，样条曲面由 $(m-1) \times (n-1)$ 块曲面片构成。每块曲面片的方程为 $P(u, w) = \{U\} T[M] [B] [M] T\{W\}$ ，各曲面片的差别仅在于 $B$ 中各矢量值的不同，再求出各曲面片的四条边界曲线。确定四条边界弧长，将边界曲线“拉直”，即依据原来的首尾连接关系影射到平面上，该四边形实际是一个平面上的框架，其夹角可变，并且四边形的面积也随夹角而变化，见图2-1。根据板料成形理论中面积不变的基本假设确定平面四边形的最终形状。最后再将这些平面片按其在曲面上的拓扑关系(即彼此间的邻接关系)拼合得到零件的毛坯外形。

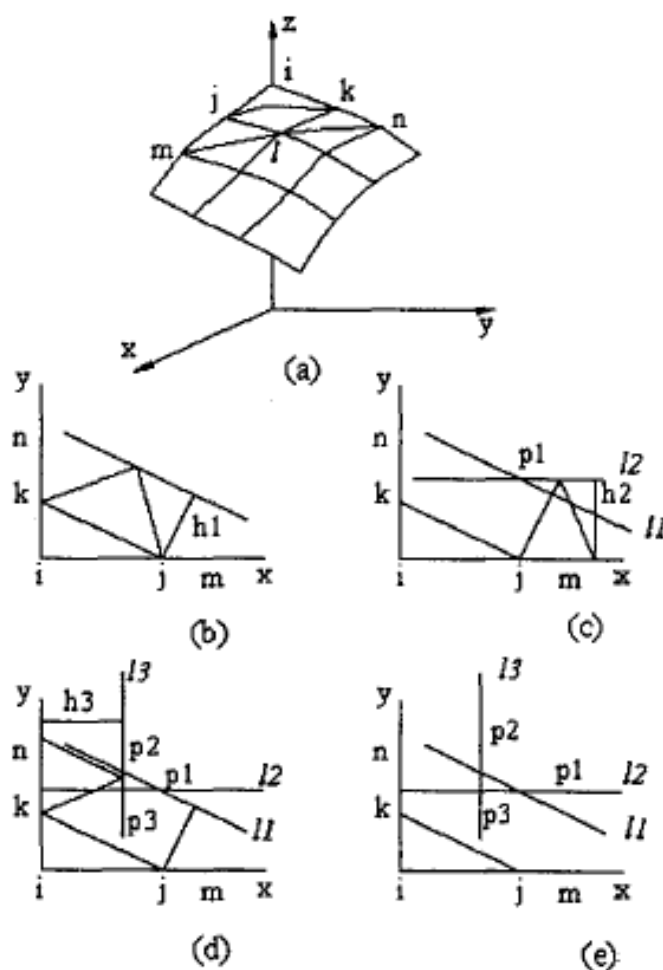


图2.2 映射方法原理

应变决定于厚度分布，但是变形后板料的厚度分布未知。这样几何映射法成功依赖于特定问题厚度分布的正确假设，和开发一种迭代方法使厚度与特定的边界条件相匹配。Gerdeen 提出了一些假设来确定特定问题的厚度分布，并且开发了一个迭代算法使其与一定的边界条件相匹配。关于厚度分布，Gerdeen 规纳了三个几何映射基本因素：纯剪应变、平面应变、双轴拉伸。一般的板料成形中，摩擦会影响应变的分布，非对称零件有非对称的应变分布，Gerdeen 开发了两套程序 AX IFORMH 和 FEPFORM 分别用来处理轴对称和非对称情况。他的方法使用了有限单元，在每个单元中进行几何映射。如果同时考虑三向位移，微分方程将非常复杂，因此 Gerdeen 将变形过程分解为若干步，每一步的求解非常简单。考虑到位移矢量可以叠加，这种分解是可能的。具体的有：①有 X 向拉伸的板到板单元；②有 Y 向拉伸的板到板单元；③有 X 向剪切的板到板单元；④有 Y 向剪切的板到板单元；⑤刚体转动；⑥有 Z 向位移的板到壳单元。由于几何映射法本身的局限性，它只适用于有限的范围，并且计算误差较大。

## 2.5 有限元增量法

正向有限元法的基本思想就是利用计算机反复模拟,分析给定模具和工艺方案所冲压的零件变形的全过程,能较准确地掌握材料流动的情况而计算出零件板料的外形边界线,把边界线以外的单元去掉,就可以得出板料外形,经多次反复计算和优化计算就能得出较为合理的板料外形,以保证拉深顺利进行。

板料成形过程中金属的塑性流动受模具形状、润滑条件和板料形状等因素的影响,而前述4种方法没有考虑模具形状和润滑条件的影响。有限元增量方法正是全面考虑了各种因素的影响,因此也是最精确的方法。但是有限元增量方法需要很长的计算时间,由于接触边界条件处理的困难,计算模型十分复杂,计算的收敛性受到很大的影响。同时,增量有限元法必须先假定一个板料形状才能开始计算,然后根据计算结果对板料的形状进行修正,每一次计算就相当一次试模。其设计过程一般是:取较大的矩形板料→数值模拟→与理想拉深件比较→修改原始板料→重新模拟,重复该过程直至得到理想零件形状,这更加长了设计周期。因此成熟的模拟技术不仅可以减少试模次数,在一定的条件下还可以使模具和工艺设计一次合格,从而避免修模,这就可以大大缩短新产品开发周期,降低开发成本,提高产品品质的市场竞争力。可见,该方法在板料设计特别是汽车覆盖件的板料设计中有着非常广泛的应用前景。

## 2.6 有限元逆算法

由Koboyash提出的有限元逆算法<sup>[14-20]</sup>是从给定的最终零件的形状尺寸和过程条件出发,沿与成形过程相反的方向模拟变形过程中任意时刻的零件形状和尺寸,最终确定零件所需的初始板料的形状和尺寸,它是真正根据金属成形机理从根本上解决初始板料形状尺寸确定问题的方法。

有限元逆算法是将零件的最终形状用三角形膜单元进行离散,将应变分布表示节点的初始态坐标和位移函数。然后计算塑性功,并且假设塑性功遵循Hencky变形理论和Hill各向异性屈服准则。最后由塑性功和外力功导出塑性能,以塑性能为目标函数,采用共轭梯度法和Newton-Raphson法,求出其在满足给定的约束条件下最小化时的未知量,从而得到板料的形状及尺寸,进而求得板料变形后的应力应变分布情况。

有限元逆算法即一步算法,是将板料成形过程简化为一个简单加载的变形过程,采用全量理论进行分析。计算中只考虑初始状态和变形终了构形,而忽略中间状态和构形的变化,这就是反向模拟的基本思想。区别于增量法模拟,它有两个重要假设:

- (1) 变形过程是比例加载的,即基于塑性形变理论;