

单轴非线性连续疲劳损伤累积模型的研究

尚德广 姚卫星

(南京航空航天大学飞行器系, 南京, 210016)

STUDY ON NONLINEAR CONTINUOUS DAMAGE CUMULATIVE MODEL FOR UNIAXIAL FATIGUE

Shang Deguang, Yao Weixing

(Department of Aircraft, Nanjing University of Aeronautics and
Astronautics, Nanjing, 210016)

摘 要 首先在连续疲劳损伤理论的基础上, 根据疲劳损伤过程中金属材料韧性的变化特点, 建立一种新的非线性疲劳损伤累积模型。该模型考虑了疲劳极限、平均应力以及损伤参量与加载参数的不可分离的特点, 并且能够反映出加载顺序的影响。然后推导出该疲劳损伤累积模型在多级加载下的递推公式。经 3 种金属材料的疲劳试验数据验证结果表明, 用该模型预测疲劳寿命, 其结果令人满意的。

关键词 非线性疲劳损伤累积 材料韧性 损伤计算 寿命预测

中图分类号 V 215. 5, TH 114

Abstract On the basis of the continuum fatigue damage theory, a new nonlinear fatigue damage cumulative model is proposed by the defined fatigue damage variable by means of the varying behavior of the material ductility in the process of fatigue damage. The fatigue limit, mean stress and the unseparable characteristic for the damage variables and the loading parameter are considered by the proposed fatigue damage cumulative model, and the effect of the loading sequence is also included. The characteristic of the nonlinear accumulation for fatigue damage may be reflected in this model. A fatigue damage evolution equation is derived, which can describe the fatigue damage evolution behaviour well. The recurrence formula of the fatigue damage model is derived under multilevel loading, and the loading case below the fatigue limit is also considered. The fatigue test data for three kinds of material were used to verify the model proposed in this paper. The results show that good agreement is achieved with this model to predict fatigue life, compared with that of Miner's rule.

Key words nonlinear cumulative fatigue damage, material ductility, damage calculation, life prediction

疲劳损伤是材料在循环载荷作用下其性能不断劣化的过程, 显然它是与外载相关的, 即损伤变量依赖于应力或应变的大小^[1, 2]。此外疲劳损伤过程还包括微裂纹形成与扩展以及不同的应力或应变幅之间的相互作用等效应。根据疲劳损伤的这些特点, 人们便提出了非线性损伤累积理论^[3, 4], 但这些模型多数为半经验公式, 缺乏理论依据。L. M. Kachanov^[5]在研

199804217 收到, 199805212 收到修改稿

国家自然科学基金、航空科学基金、航空高等院校自选科研基金和江苏省自然科学基金资助课题

究蠕变断裂时,第一次提出了“连续因子”和“有效应力”的概念。到了70年代,各国学者相继采用连续介质力学的方法,把损伤因子作为一种场变量,即损伤参量,逐步发展形成了连续损伤力学的框架和基础。长期以来疲劳分析和材料寿命估算主要依赖大量收集的实测和试验数据来建立经验和半经验公式,缺少可利用的理论工具,而损伤力学恰好提出了有关这方面的基本理论、描述疲劳损伤的数学模型以及分析方法。使用它可以解决不少仅仅依靠使用试验数据所不易解决的问题,如非线性损伤累积问题。但目前根据损伤力学所建立起来的疲劳损伤累积模型都是从蠕变和塑性损伤理论中引伸过来的,即建立在有效应力假设的基础之上,缺乏全面考虑整个损伤过程中的疲劳特性。本文旨在连续损伤理论的基础上,根据疲劳韧性的变化特点,建立一种能够考虑疲劳损伤全过程的损伤累积模型。

1 连续非线性疲劳损伤累积理论

对于疲劳损伤问题,应考虑以下几个方面^[6]: 存在微裂纹形核及扩展阶段; 二级加载或块程序加载条件下的非线性累积效应; 存在一个疲劳极限,在初始损伤之后会显著减小; 疲劳极限或 $S-N$ 曲线的平均应力效应。根据以上疲劳损伤的特性,Chaboche^[7]提出一个疲劳损伤累积模型来描述材料逐渐劣化的过程。该模型如下

$$dD = f(\sigma, \epsilon, D, T, H) dN \quad (1)$$

其中:函数 f 中的变量可为应力、应变或塑性应变、损伤变量 D 以及温度和硬化变量等。此外,为了描述非线性损伤累积和加载顺序效应,函数 f 要求加载参数与损伤变量具有不可分离性。

当外载为应力时,式(1)的具体形式可选择如下方程^[8]

$$dD = D^{A(R_{max}, R_m)} \left[\frac{R_{max} - R_m}{M(R_m)} \right]^B dN \quad (2)$$

其中:指数 A 取决于加载参数 (R_{max}, R_m) ; R_{max} 为最大应力; R_m 为平均应力。

对于两级加载,在第2级水平下的寿命可由下式给出

$$\frac{n_2}{N_2} = 1 - \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^G \quad (3)$$

$$G = \frac{1 - A}{1 - A} = \frac{1 - A(R_{max2} - R_{m2})}{1 - A(R_{max1} - R_{m1})} \quad (4)$$

其中: N_1, N_2 分别为两级加载条件下的各自断裂寿命; n_1, n_2 分别为第1、第2级载荷下作用的循环数。

此外, Lemaitre 和 Plumtree^[9]建议用下式来描述疲劳损伤演化

$$\frac{dD}{dN} = (1 - D)^{-p} \left[\frac{R_{max} - R_m}{M(R_m)(1 - D)} \right]^B \quad (5)$$

这些模型都是用有效应力来定义损伤变量。其弱点是不能全面反映疲劳损伤机理^[10],且认为材料在半寿命前,基本不存在疲劳损伤,仅在寿命的最后部分才可以测量疲劳损伤,这与疲劳损伤特点有些不相符合。

2 疲劳损伤过程中的韧性耗散特性

材料在断裂前所吸收的总能量被称为材料的韧性,它可通过强度和塑性相关的综合性力学性能等参数计算出来。对于具有幂硬化规律的材料,材料的韧性 w_f 可写成如下形

式^[11]

$$W_f = \frac{1}{1+n} RE \quad (6)$$

其中: R 和 E 为材料的断裂强度和断裂延性, 可由基本力学性能参数 R_0 , W 确定出来

$$R = R_0 (1 + 1.39W) \quad (7)$$

$$E = \ln[1.0(1 - W)] \quad (8)$$

试验研究表明^[12], 静力韧性 W_f 在整个疲劳损伤过程中, 表现出先缓后急的下降现象, 即过半寿命后, W_f 出现明显的下降趋势。这一现象表明, 疲劳损伤最初总是在材料中最薄弱的局部区域内发生, 然后逐渐发展为整体失效行为。这种韧性下降现象从本质上反映了疲劳损伤的不可逆能量耗散过程。疲劳损伤过程中, 由于塑性变形耗散了一定的能量, 其整个疲劳过程中材料所吸收的应变能应为各循环滞后环面积的总和, 即疲劳韧度 W_p 为^[11]

$$W_p = \sum W_i \quad (9)$$

由于疲劳损伤过程中材料出现循环硬化与循环软化特性, 导致每次循环材料吸收的塑性应变能 $\sum W_i$ 是不相等的。对 n 个循环周次下, 不可逆损伤能量耗散为

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \quad (10)$$

那么经受疲劳损伤后的剩余疲劳韧性为

$$W_p^n = W_p - W \quad (11)$$

根据疲劳损伤过程中的能耗特点, 可将疲劳损伤变量定义为损伤能耗与疲劳韧性之比^[12], 即

$$D = W / W_p^n = 1 - W_p^n / W_p \quad (12)$$

如果将单调加载考虑为一种特殊的循环加载 ($N = 10^4$), 根据材料疲劳韧性与静力韧性之间的关系

$$W_p = W_f (R/R_0)^{-4} \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)中可得由静力韧性表示得疲劳损伤变量为

$$D = 1 - (R/R_0)^{-4} W_f^n / W_f \quad (14)$$

式中: R 和 W_f 为原始状态下得断裂强度和静力韧性; R^n 和 W_f^n 为材料经 n 次循环后的剩余断裂强度与静力韧性。

由于材料的断裂强度只是在疲劳的最后阶段才会出现显著下降, 因此近似取: $R^n = R$, 则式(14)可写成

$$D = 1 - W_f^n / W_f \quad (15)$$

其中: W_f^n 为材料的剩余韧性; W_f 为材料原始状态下的静力韧性。

可以看出, 疲劳损伤变量可由材料静力韧性变化来定义, 那么只要记录疲劳过程中损伤材料的静拉伸 $R2E$ 曲线, 即可测量出当前得疲劳损伤程度。这在工程上不仅容易做到, 而且其精度也易保证。同时这种度量损伤包括了材料的循环硬化与循环软化特性。因此, 适用于疲劳损伤全过程描述, 从而消除由有效应力假设所带来的弱点。

3 非线性连续疲劳损伤累积模型的建立

疲劳损伤是材料组织结构不可逆演变而引起的微裂纹、微孔洞不断萌生与扩展的过程。

这种不可逆演变过程直接影响材料的宏观性能。如果把疲劳损伤能量耗散特性与连续损伤理论相结合,可将式(1)写成如下的具体形式

$$\frac{dD}{dN} = (1 - D)^{A(\$R\ddot{O}2, R_n)} \left[\frac{R_{n\max} - R_n}{M(R_n)} \right]^B \quad (16)$$

其中:函数 $A(\$R\ddot{O}2, R_n)$ 取如下形式

$$A(\$R\ddot{O}2, R_n) = 1 - \frac{H(\$R\ddot{O}2 - R(R_n))}{a \ln b \$R\ddot{O}2 - R(R_n) \beta} \quad (17)$$

上式中 $H(x)$ 为 Heaviside 单位阶跃函数, 即当 $x > 0$ 时, $H(x) = 1$, 当 $x = 0$ 时, $H(x) = 0$ 。 A , M , B 均为材料常数, 且认为在 $(\$R\ddot{O}2 - R(R_n)) > 1$ 时为疲劳极限以上加载。

对于恒定的 $\$R\ddot{O}2$, R_n , 积分式(16), 得破坏时的循环数和损伤演化方程分别为

$$N_f = \frac{1}{1 - A} \left[\frac{R_{n\max} - R_n}{M(R_n)} \right]^{-\frac{1}{1-A}} \quad (18)$$

$$D = 1 - \left(1 - \frac{n}{N_f} \right)^{\frac{1}{1-A}} \quad (19)$$

对于工业常用的正火 45 号钢和 16Mn 钢, 经与试验数据拟合可得式(17)中 A 值分别为 0.0421 和 0.0416, 可见对于碳钢其常数 A 基本上是一致的。

对于金属材料, 由连续疲劳损伤的物理意义可知, 合理的疲劳损伤的损伤函数应满足以下基本条件^[7, 13]:

(1) 对于初始未损伤状态, 损伤变量 D 为 0; 疲劳破坏时(对应宏观裂纹形成), 损伤变量 D 为 1, 即

$$n = 0, D = 0; n = N_f, D = 1 \quad (20)$$

(2) 疲劳损伤是不可逆的能耗过程, 随着循环加载的进行, 其损伤是单调递增的, 即

$$dD/dn > 0 \quad (21)$$

(3) 在同种损伤的条件下, 大载荷作用一周造成的疲劳损伤应大于小载荷作用一周造成的损伤, 即

$$d^2D/dn^2 > 0 \quad (22)$$

检验式(19), 当 $n = 0$ 时, $D = 0$; 当 $n = N_f$ 时, $D = 1$, 即满足条件(1)。

将式(19)对循环数求导, 得

$$\frac{dD}{dn} = \frac{1}{N_f(1 - A)} \left(1 - \frac{n}{N_f} \right)^{A(A-1)} > 0 \quad (23)$$

即满足条件(2)。

将式(23)两边取对数, 然后再两边求导很容易证明出 $d^2D/dn^2 > 0$, 即满足条件(3)。

从而证明了本文所建立的疲劳损伤演化方程是较为合理的。可见式(19)是满足疲劳损伤函数应满足的基本条件的。

从式(17)可以看出, 当 $\$R\ddot{O}2 = R(R_n)$ 时, 即低于疲劳极限下加载, 此时 $A = 1$, 由式(18)得出, 此时的 $N_f = \infty$ 。

当 $\$R\ddot{O}2 > R(R_n)$, $H(\$R\ddot{O}2 - R(R_n)) = 1$, 则式(18)可变为

$$N_f = a M^{\frac{1}{1-A}} \ln b \$R\ddot{O}2 - R_n (1 - b R_n) \beta \left[\frac{\$R\ddot{O}2}{1 - b R_n} \right]^{-\frac{1}{1-A}} \quad (24)$$

从上式可以看出, 系数 B 和 $a M^{\frac{1}{1-A}}$ 可以由平均应力 $R_n = 0$ 的 $S-N$ 曲线来确定; b 可由 R_n

0 的 $S-N$ 曲线确定出来。

如果加载参数为应变控制, 可利用循环应力-应变关系, 将应力转换为应变^[6], 然后建立式(16)形式的疲劳损伤演化方程。

由应变硬化定律(稳定时)可知

$$\sigma = K (\epsilon)^n \quad (25)$$

则式(16)~式(18)分别为

$$dD = (1 - D)^{A(\sigma, R_m)} \left[\frac{K (\epsilon)^n}{M_0 (1 - b R_m)} \right]^B dV \quad (26)$$

$$A = 1 - \frac{H (K (\epsilon)^n - R_1 (1 - b R_m))}{a \ln \beta K (\epsilon)^n - R_1 (1 - b R_m) \beta} \quad (27)$$

$$N_f = a M_0^B \frac{\ln \beta K (\epsilon)^n - R_1 (1 - b R_m) \beta}{H (K (\epsilon)^n - R_1 (1 - b R_m))} \left[\frac{K (\epsilon)^n}{1 - b R_m} \right]^{-B} \quad (28)$$

4 非线性疲劳损伤累积模型在多级加载下的应用

4.1 两级加载条件

如果第1级加载其寿命为 N_{f1} , 由式(19), 那么在第1级加载下作用 n_1 所造成的损伤为

$$D_1 = 1 - \left[1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right]^{1\delta(1-A_1)} \quad (29)$$

利用损伤的等效性, 第1级载荷下作用 n_1 次造成的损伤等于在第2级载荷作用 n_2 造成的损伤, 即

$$D_1 = 1 - \left[1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right]^{1\delta(1-A_1)} = 1 - \left[\frac{n_2}{N_{f2}} \right]^{1\delta(1-A_2)} \quad (30)$$

即

$$\frac{n_2}{N_{f2}} = \left[1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right]^{(1-A_2)\delta(1-A_1)} \quad (31)$$

上式即为两级加载条件下疲劳损伤累积模型。

如果加载在疲劳极限以上进行, 由式(17)可知

$$\frac{1-A}{1-A} = \frac{\ln \beta \sigma \epsilon - R_1 (1 - 3b R_m) \beta}{\ln \beta \sigma \epsilon - R_1 (1 - 3b R_m) \beta} \quad (32)$$

当按高—低顺序加载时, 即 $\sigma_2 > \sigma_1$ 时, $(1-A_2)\delta(1-A_1) > 1$, $(1 - n_1/N_{f1})^{(1-A_2)\delta(1-A_1)} < 1 - n_1/N_{f1}$

则高—低两级加载损伤累积为

$$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} < \frac{n_1}{N_{f1}} + 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} = 1 \quad (33)$$

即高—低两级加载, 累积损伤小于1。同理可证明, 对低—高顺序加载, 累积损伤大于1。因而式(31)反映了损伤的非线性累积效应。当加载相同时, $A = A_1$, 即 $(1-A_2)\delta(1-A_1) = 1$ 则式(31)为

$$\frac{n_2}{N_{f2}} = 1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \quad (34)$$

即退化为 Miner 定理。

4.2 多级加载条件

同样根据损伤的等效性,将多级最终转化为两级来推导多级加载下的疲劳损伤累积公式。设:存在一级载荷,根据式(19),第1级载荷造成的损伤为

$$D_1 = 1 - \left(1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{1/\delta(1-A_1)}$$

从式(30)可以看出,在第1级作用 $n_1 \Delta V_{f1}$ 所造成的损伤相当于在第2级作用 $n_2 \Delta V_{f2}$ 所造成的损伤,则两级时累积循环比为

$$\frac{n_2}{N_{f2}} + \frac{n_1}{N_{f1}} = 1 - \left(1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{(1-A_2)\delta(1-A_1)} + \frac{n_2}{N_{f2}} \quad (35)$$

如只有两级加载,由于 $n_1 + n_2 = N_{f2}$, 则上式级可变为式(31)。

如果将第1级与第2级载荷作用所造成的损伤看成是相当于在第3级载荷下作用 $n_3 \Delta V_{f3}$ 所造成的损伤,将式(35)代入式(19)中,则得

$$\frac{n_3}{N_{f3}} = 1 - \left\{ 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{(1-A_2)\delta(1-A_1)} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right]^{(1-A_3)\delta(1-A_2)} \right\} \quad (36)$$

那么三级加载时累积循环比为

$$\frac{n_3}{N_{f3}} + \frac{n_1}{N_{f1}} = 1 - \left\{ 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{(1-A_2)\delta(1-A_1)} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right]^{(1-A_3)\delta(1-A_2)} + \frac{n_3}{N_{f3}} \right\} \quad (37)$$

如只有三级加载,即 $n_1 + n_2 + n_3 = N_{f3}$, 则损伤累积公式为

$$\frac{n_3}{N_{f3}} = \left\{ 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{(1-A_2)\delta(1-A_1)} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right]^{(1-A_3)\delta(1-A_2)} \right\} \quad (38)$$

以此类推,可得任意加载下的损伤累积公式,以上推导可写成递推公式的形式:

$$\text{设: } Y_i = 1 - (1 - D_i)^{1-A_i} \quad (39)$$

则累积循环比为

$$Y_i = 1 - (1 - D_{i-1})^{1-A_i} + \frac{n_i}{N_{fi}} = 1 - (1 - Y_{i-1})^{(1-A_i)\delta(1-A_{i-1})} + \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (i = 2, 3, 4, \dots, n) \quad (40)$$

当累积循环比 $Y_i = 1$ 时,发生疲劳破坏(对应宏观裂纹形成),便可得出相应的疲劳寿命。

4.3 存在疲劳极限以下的加载情况

当材料承受前面的循环是高于疲劳极限,然后在低于疲劳极限的载荷下循环时,也会产生疲劳损伤作用,即欠载效应的影响。本文所提出的非线性疲劳损伤累积模型也可以考虑初始疲劳极限以下的损伤发展。如果载荷时间历程中包含有在疲劳极限以下的几个循环,即 $R_{\min} - R(R_n) < 0$ 那么取 $A = 1$ 。现假设第1级是在疲劳极限以上加载,第2级是在疲劳极限以下加载,积分式(16)

$$\ln(1 - D_2) = \left[\frac{R_{\max} - R_n}{M(R_n)} \right] n_2 + \text{const} \quad (41)$$

$$D_2 = 1 - e^{\text{const}} e^{n_2 \Delta V_2}$$

其中: $N = [(R_{\max} - R_n) \Delta M(R_n)]^{-B}$ 。

根据边界条件: $n_2 = 0$, $D_2 = D_1 = 1 - \left(1 - n_1 \dot{\Delta} V_{f1}\right)^{1/(1-A_1)}$, 则: $e^{\text{const}} = 1 - D_1$, 那么

$$D_2 = 1 - (1 - D_1)e^{n_2 \dot{\Delta} V_2} \quad (42)$$

如果应力水平在第 $i-1$ 级时是在疲劳极限以上加载, 在 i 级时是在疲劳极限以下加载, 那么

$$D_i = 1 - (1 - D_{i-1})e^{n_2 \dot{\Delta} V_2} \quad (43)$$

对于下级加载高于疲劳极限时的累积循环比为

$$\begin{aligned} Y_{i+1} &= 1 - (1 - D_{i+1})^{1-A_{i+1}} = 1 - (1 - D_i)^{1-A_{i+1}} + \frac{n_{i+1}}{N_{fi+1}} = \\ &= 1 - (1 - D_{i-1})^{1-A_{i+1}} \exp\left[(1 - A_{i+1}) \frac{n_i}{N_f}\right] + \frac{n_{i+1}}{N_{fi+1}} = \\ &= 1 - (Y_{i-1})^{(1-A_{i+1})\delta(1-A_i)} \exp\left[(1 - A_{i+1}) \frac{n_i}{N_f}\right] + \frac{n_{i+1}}{N_{fi+1}} \end{aligned} \quad (44)$$

如果载荷包括在疲劳极限以下的 n 个循环(下标 $i-j+1, \dots, i$)做为以前和随后的循环分别为 $i-j, \dots, i+1$ 是在疲劳极限以上, 则累积循环比为

$$Y_{i+1} = 1 - (Y_{i-j})^{(1-A_{i+1})\delta(1-A_i)} \exp\left[(1 - A_{i+1}) \sum_{k=i-j+1}^{i} \frac{n_k}{N_k}\right] \quad (45)$$

当累积循环比等于 1 时, 发生疲劳破坏, 便可得出相应的疲劳寿命。

5 试验验证

首先验证所建立的单轴疲劳损伤演化方程, 即式(19)的正确性。采用 45 号钢和 16Mn 钢两种恒幅加载试验数据^[12], 其中损伤变量 D 由测量材料的静力韧性的相对变化来得出。图 1 与图 2 为由式(19)所描述的损伤演化曲线与实测值的比较, 可以看出, 其结果是令人满意的。

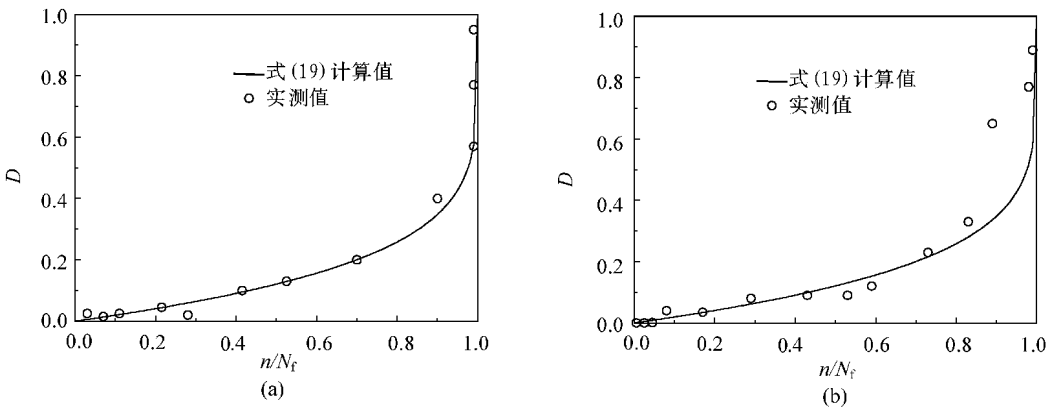


图 1 正火 45 号钢疲劳损伤演化预测与实测值的比较

(a) $R = 330.9 \text{ MPa}$; (b) $R = 405.8 \text{ MPa}$

为了验证疲劳损伤演化方程式(19)在多级加载下的描述能力。本文采用 45 号钢和 16Mn 两种材料的光滑与缺口试样进行两级加载试验验证, 其中缺口件形状为根部半径为 0.25mm、缺口深为 0.25mm 的环形槽, 45 号钢疲劳极限为 $R_{10} = 241.8 \text{ MPa}$, 16Mn 钢疲劳极限为 $R_{10} = 127.1 \text{ MPa}$ 。验证结果列于表 1~ 表 4 中, 其中 $n_2 \dot{\Delta} V_2$ 的预测值由式(31)给出。

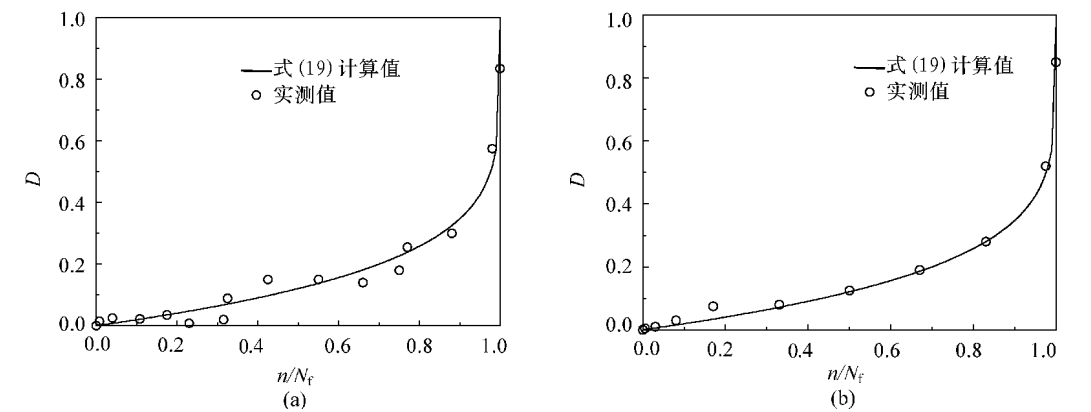


图 2 16Mn 钢疲劳损伤演化预测与实测值的比较
(a) $R=337.1\text{ MPa}$; (b) $R=373.5\text{ MPa}$

为了进一步验证本文所建立的非线性疲劳损伤累积模型在应变加载下的描述能力, 本文又采用文献[14]对 1045 钢进行应变控制拉压或扭转两级加载试验所得到的数据进行试验验证, 其结果比较见表 5。从文献[15]可知, $n>10^7$ 循环下的应力幅为 241.9 MPa , 因而取 $R_1=241.9\text{ MPa}$, 拟合 1045 钢单轴数据可知, $K=450.2\text{ MPa}$, $n=0.33$, $r=0.9853$ 。从表 5 中可以看出, 本文给出的模型预测结果是令人满意的, 优于 Miner 定理及文献[15]的预测结果。

表 1 45 号钢光滑件两级加载下预测值与实测值的比较

应力 水平 σ/MPa	加载 顺序	n_1	$\frac{\sigma_1}{N_{f1}}$	n_2	实验值 $\frac{\sigma_2}{N_{f2}}$	预测值 $\frac{\sigma_{2p}}{N_{f2p}}$	Miner 定理 $\frac{\sigma_2}{N_{f2}}$	$\frac{\sigma_1}{N_{f1}} + \frac{\sigma_2}{N_{f2}}$	$\frac{\sigma_1}{N_{f1}} + \frac{\sigma_{2p}}{N_{f2p}}$
331.463~ 284.4	高一低	500	0.01	423 700	0.8474	0.988	0.990	0.8574	0.998
	高一低	12 500	0.250	250 400	0.5008	0.708	0.750	0.7508	0.958
	高一低	25 000	0.500	168 300	0.3366	0.435	0.500	0.8366	0.935
	高一低	37 500	0.750	64 500	0.1290	0.189	0.250	0.8790	0.939
284.39~ 331.5	低一高	125 000	0.250	37 900	0.7580	0.786	0.750	1.008	1.036
	低一高	250 000	0.500	38 900	0.7780	0.561	0.500	1.278	1.061
	低一高	375 000	0.750	43 400	0.8680	0.315	0.250	1.619	1.065

表 2 45 号钢缺口件两级加载下预测值与实测值的比较 ($K_t=2.2$)

应力 水平 σ/MPa	加载 顺序	n_1	$\frac{\sigma_1}{N_{f1}}$	n_2	实验值 $\frac{\sigma_2}{N_{f2}}$	预测值 $\frac{\sigma_{2p}}{N_{f2p}}$	Miner 定理 $\frac{\sigma_2}{N_{f2}}$	$\frac{\sigma_1}{N_{f1}} + \frac{\sigma_2}{N_{f2}}$	$\frac{\sigma_1}{N_{f1}} + \frac{\sigma_{2p}}{N_{f2p}}$
284.39~ 331.4	低一高	125 000	0.25	55 500	1.110	0.760	0.750	1.360	1.010
	低一高	250 000	0.50	58 000	1.160	0.517	0.500	1.660	1.017
	低一高	500 000	0.75	24 600	0.492	0.509	0.250	1.242	1.259
331.46~ 284.4	高一低	5000	0.10	421 500	0.843	0.895	0.900	0.943	0.995
	高一低	12 500	0.25	337 700	0.6754	0.739	0.750	0.925	0.989
	高一低	25 000	0.50	234 500	0.4690	0.483	0.500	0.969	0.983
	高一低	37 500	0.75	173 600	0.3472	0.233	0.250	1.097	0.983

续表 2

应力 水平 σ/MPa	加载 顺序	n_1	$\frac{n_1}{N_{f1}}$	n_2	实验值 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	预测值 $\frac{n_2}{N_{f2p}}$	M iner 定理 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2p}}$
539.37~ 284.4	高一低	42	0.01	485 600	0.9712	0.988	0.990	0.981	0.998
	高一低	212	0.05	479 400	0.9588	0.941	0.950	1.009	0.991
	高一低	1060	0.25	324 700	0.6494	0.711	0.750	0.899	0.961
	高一低	2120	0.50	253 800	0.5076	0.440	0.500	1.008	0.940

表 3 16Mn 钢光滑件两级加载下预测值与实测值的比较

应力 水平 σ/MPa	加载 顺序	n_1	$\frac{n_1}{N_{f1}}$	n_2	实验值 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	预测值 $\frac{n_2}{N_{f2p}}$	M iner 定理 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2p}}$
372.65~ 392.3	低—高	38 900	0.145	75 500	0.959	0.861	0.855	1.104	1.006
	低—高	64 400	0.240	62 800	0.798	0.769	0.760	1.038	1.009
	低—高	116 000	0.433	62 900	0.799	0.580	0.567	1.232	1.013
	低—高	150 000	0.56	23 300	0.296	0.455	0.440	0.856	1.015
562.9~ 392.3	高一低	2	0.0005	73 600	0.9352	0.999	0.9995	0.9357	0.9995
	高一低	200	0.0504	59 400	0.7548	0.939	0.9496	0.8052	0.9894
	高一低	1000	0.2520	56 300	0.7154	0.706	0.7480	0.9674	0.9580
	高一低	1700	0.4284	476 000	0.6048	0.512	0.6716	1.0332	0.9404
	高一低	2450	0.6174	22 900	0.2910	0.316	0.3826	0.9084	0.9334

表 4 16Mn 钢缺口件两级加载下预测值与实测值的比较($K_t=2.2$)

应力 水平 σ/MPa	加载 顺序	n_1	$\frac{n_1}{N_{f1}}$	n_2	实验值 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	预测值 $\frac{n_2}{N_{f2p}}$	M iner 定理 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2p}}$
166.71~ 294.2	低—高	260 000	0.25	52 500	0.9492	0.813	0.750	1.1992	1.063
	低—高	520 000	0.50	37 900	0.6852	0.608	0.500	1.1852	1.108
	低—高	780 000	0.75	18 500	0.3345	0.369	0.250	1.0845	1.119
294.2~ 166.7	高一低	13 800	0.25	497 400	0.4788	0.670	0.750	0.7288	0.9200
	高一低	27 700	0.50	343 900	0.3310	0.381	0.500	0.8310	0.8810
	高一低	41 500	0.75	180 200	0.1735	0.145	0.250	0.9235	0.8950

表 5 1045 正火钢两级应变控制加载下预测值与实测值的比较

加载 类型	加载 顺序	n_1	$\frac{n_1}{N_{f1}}$	n_2	实验值 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	预测值 $\frac{n_2}{N_{f2p}}$	M iner 定理 $\frac{n_2}{N_{f2}}$	预测值 ^[15] $\frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}}$	$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2p}}$
拉压	低—高	43 000	0.41	1122	1.00	0.71	0.59	0.85	1.41	1.12
扭转	低—高	42 000	0.50	572	0.64	0.637	0.50	0.70	1.14	1.14
拉压	高一低	550	0.49	33 055	0.30	0.35	0.51	0.20	0.79	0.84
扭转	高一低	450	0.50	18 641	0.22	0.34	0.50	0.28	0.72	0.84

注: 两级应变或Mises 等效应变幅分别为 0.22 ϵ , 1.0 ϵ 。

6 结 论

(1) 从连续损伤角度出发, 根据由疲劳韧性所定义的疲劳损伤参量, 建立了单轴非线性疲劳损伤累积模型。模型考虑了材料的疲劳极限和平均应力的影响, 且能考虑加载顺序的影响。

(2) 推导出疲劳损伤演化方程, 经过两种金属材料在二级的不同加载顺序的疲劳试验验证表明, 该方程对碳钢的疲劳损伤演化具有较好的描述能力。

(3) 给出了该模型在多级加载下的递推公式, 并讨论了疲劳极限以下的加载情况。

尽管本文利用两种金属材料对所建立的模型进行了试验验证, 并取得了较好的效果, 但对其它种类的材料及试验环境, 有待于进行大量的试验验证和进一步的研究。

参 考 文 献

- 1 Marco SM, Starvey W L. A concept of fatigue damage. *Trans ASME*, 1954, 76: 627~ 632
- 2 Valluri S A. A unified engineering theory of high stress level fatigue. *Aerospace Engng*, 1961, 20(10): 18~ 19
- 3 Miller K J, Zachariah K P. Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage I propagation. *J Strain Anal*, 1977, 12: 262~ 270
- 4 Freudenthal A M, Heller R A. On stress interaction in fatigue and a cumulative damage rule. *J Aerospace Sci*, 1958, 26: 431~ 442
- 5 Kachanov L M. Time of the rupture process under creep condition. *TV Z Akad Nauk, S S R L td Tech, Nauk*, 1958, 8: 26~ 31
- 6 Chaboche J L. Continuum damage mechanics Part II — damage growth, crack initiation and crack growth. *ASME, J App Mech*, 1988, 55: 65 ~ 72
- 7 Chaboche J L. *et al.* A nonlinear continuous fatigue damage model. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1988, 11: 1~ 17
- 8 Lemaitre J, Chaboche J L. Aspect phenomenologique de la rupture par endommagement. *J Mech Appl*, 1978, 2(3): 317~ 365
- 9 Lemaitre J, Plumtree. Application of damage concepts to predict creep fatigue failures. *Trans, ASME, J Eng Mater Tech*, 1979, 101: 284~ 292
- 10 谢里阳, 徐灏, 王德俊. 疲劳损伤问题中有效应力的一种定义. *应用力学学报*, 1992, 9(1): 32~ 36
- 11 桑多尔著. 循环应力与循环应变的基本原理. 俞炯亮译. 北京: 科学出版社, 1985. 53~ 60
- 12 叶笃毅. 结构钢疲劳性能变化规律与寿命预测新方法研究. [学位论文]. 沈阳: 东北大学, 1996
- 13 谢里阳, 王德俊, 徐灏. 疲劳损伤演化方程约束条件的探讨. *应用力学学报*, 1992, 9(4): 66~ 69
- 14 Hua C T. Fatigue damage and small crack growth during biaxial loading: [dissertation]. Urbana, Illinois: University of Illinois, 1984
- 15 Gail E, Leese J M. Low cycle properties of 1045 steel in torsion. In: Brown M W, Miller K J, eds. *Multiaxial Fatigue*. ASTM STP853, Philadelphia: ASTM, 1985. 482~ 496