

随机加载下缺口局部应力应变的弹塑性有限元计算^X

CALCULATION OF ELASTIC2PLASTIC FEM FOR

LOCAL STRESS2STRAIN AT NOTCH UNDER RANDOM LOADING

尚德广^{XX} 李 明 王大康 姚卫星

(北京工业大学 机电学院,北京 100022) (南京航空航天大学 飞行器系,南京 210016)

SHANG Deguang¹ LI Ming¹ WANG Dakang¹ YAO Weixing²

(1. College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

(2. Department of Aircraft, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘要 根据材料在塑性变形后引起的各向异性和 Bauschinger 效应,利用 Jhansale 模型原理,对缺口件在随机加载下的缺口根部的局部应力和应变进行弹塑性有限元分析。有限元分析采用了随动强化模型,并考虑材料瞬态局部应力应变的响应特性。最后,将本文有限元的局部应力应变历程分析结果与工程上常用的 Neuber 法进行了比较。

关键词 随机加载 弹塑性有限元分析 缺口局部应力应变

中图分类号 TH114 O346.2

Abstract To predict the stress2strain response of a material subject to the random loading, an increment elastic2plastic finite element model is required. Repeated loads can be thought to be the alternative loading of the tension and compression, and the random loading can be considered to be the repeated loads that their amplitude are not equal. According to the anisotropy caused by the plastic deformation for material and the Bauschinger effect, the local stress and strain were analyzed by elastic2plastic FEM at notch under random loading in this paper. Kinematic hardening model was used in FEM analysis and the response behaviors of transient local stress2strain for material was also considered. Finally, Neuber's calculating results were used to compare and evaluate the FEM analytical results given by this paper, and good correlation was observed.

Key words Random loading; Elastic2plastic FEM analysis; Local stress and strain at notch

Correspondent: SHANG Deguang, E2mail: shangdg @bjpu. edu. cn, Fax: + 86210267391617

The project supported by the Foundation for University Key Teacher by Ministry of Education of China (No. M01020002) and Foundation of Key Science and Technology Personnel of Beijing City of China(No. J01020101).

Manuscript received 20001009, in revised form 20010115.

1 引言

传统的局部应力应变法预测裂纹形成寿命时,一般采用 Neuber 规则或能量公式等这些近似的方法进行缺口局部应力应变分析。而这些方法通常是以单轴应力假设为条件的,不能考虑实际零部件危险部位的多轴应力状态。疲劳寿命形成预测精度的高低主要取决于局部应力应变分析的结果。虽然近似的方法可迅速方便地求得缺口危险部位的局部应力应变的历程,但只能得到某一点处的单向应力应变响应值,无法得到缺口根部局部多轴应力应变的分布等细节,从而无法考虑缺口局部应力和应变梯度对疲劳损伤的影响,也不能考虑材料瞬态局部应力应变的响应情况;因而在预测疲劳形成寿命时,其结果常常存在较大的偏差。

由于疲劳损伤具有局部性特点,为了能够对缺口

根部局部应力应变场强度进行分析,本文在文献[1]所给出的交变载荷下的弹塑性有限元分析原理的基础上,采用弹塑性增量有限元法对缺口在随机加载下的局部应力应变进行分析,分析中考虑了材料的瞬态响应特性。

2 计算模型原理

为了考虑材料在塑性变形后引起的各向异性和 Bauschinger 效应,随机交变加载下的应力应变计算问题采用随动强化模型,且需给出材料屈服后继屈服的本构关系。Mroz^[2,3]提出一个切线模量场模型,在随机加载过程中只要记忆等切线模量面的瞬态位置及大小,即可进行应力应变分析。该方法尽管较为合理,但具体实施时消耗机时较多,且需大量的计算机内存。Jhansale^[4]在 70 年代提出一种交变加载下的应力应变

X 20001009 收到初稿,20010115 收到修改稿。国家教育部高校骨干教师基金资助项目(M01020002),北京市青年科技骨干培养基金资助项目(J01020101)。

XX 尚德广,男,1963 年 1 月生,辽宁省昌图县人,汉族。北京工业大学机电学院副教授,博士后。研究方向为机械疲劳强度。

分析模型。该模型采用了分段折线式的骨架曲线来描述应力应变曲线,采用可用性系数的方法来考虑每个折线段在交变加载下的记忆特性;如果已有屈服强度增量的经验公式,便可进行交变加载下的弹塑性应力应变分析。本文采用 Jhansale 模型对随机交变加载作用下缺口应力应变进行弹塑性有限元分析。

2.1 随机加载下的弹塑性有限元分析基本原理

交变载荷可认为是拉伸与压缩载荷的交替施加,随机载荷可认为是不等幅的交变加载;每一次加载为一个反复,对应每次反复要建立一个瞬态应力应变关系曲线;每个反复都以前一次的终止状态作为零应力状态重新开始。根据对应该项反复的瞬态应力应变关系进行一次弹塑性有限元分析,把第 n 次反复所得的位移 $\{ \}_n$ 、应变 $\{ \}_n$ 、应力 $\{ \}_n$ 与本次反复开始时的位移 $\{ \}_{n-1}$ 、应变 $\{ \}_{n-1}$ 和应力 $\{ \}_{n-1}$ 相叠加,即可得到第 n 次反复结束时的位移、应变和应力等参数。再由该次反复中计算所得的状态参数 $\{ \}_n$ 、 $\{ \}_n$ 、 $\{ \}_n$ 等计算出下一次反复所需的可用性系数和瞬态屈服应力增量,将本次反复所得的各种状态参数累计前次的总值之中,可计算出本次反复的终值。按照这样的步骤进行反复计算即可得到随机交变加载下的各次反复的应力应变关系响应值的最终结果。

在弹塑性有限元分析方法中存在增量理论和全量理论。由于使用全量理论会受简单加载条件的限制,即使突破这一限制,其使用的普遍正确性也缺乏理论证明。增量法是以分段折线的线性化来逼近其非线性的应力应变关系曲线,这样不受加载条件的限制,理论上比较完备,适用性比较强。考虑到以后要为多轴非比例加载条件下的缺口根部应力应变的有限元计算打下基础,因而本文采用增量法进行弹塑性有限元分析。随机交变加载下的弹塑性有限元分析的总体计算步骤见图 1。

2.2 增量初应力法基本原理^[1]

增量法中有切线刚度法、初应力法、改进的一阶自

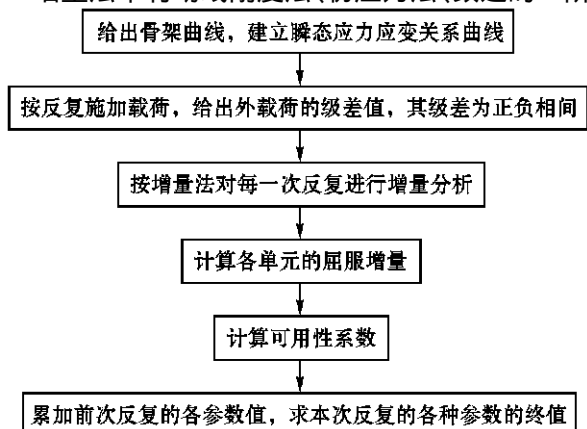


图 1 随机加载下有限元分析总体步骤

Fig. 1 Procedure of elastic-plastic finite element analysis under random loading

校正法以及割线刚度法。由于初应力法在每次迭代中不需要重新分解总体刚度矩阵,可大大节省计算量。初应力法是将刚度的变化影响转变为初载荷引起的相当节点载荷列阵,然后移到节点平衡方程的右边,形成迭代的形式,而右端则为全弹性的总体刚度矩阵,它一旦形成后边不再改变其值,只进行右端项的分解与回代,这样便可大大减少计算量。具体实施时是将外载分成若干个增量段,通过逐段施加载荷增量计算出各段增量值,然后逐段累加求得所需的最终结果。

增量初应力法的基本方程为

(1) 节点平衡方程

$$[K]^e \{ \}^{(j)} = \{ P \}^{(j)} + \{ P^0 \}^{(j)} \quad (1)$$

(2) 节点初载荷列阵

$$\{ P^0 \} = \{ P_e^0 \} \quad (2)$$

(3) 初应力引起的等效节点初载荷列阵

$$\{ P_e^0 \} = \int_V [B]^T \{ \sigma \} dV \quad (3)$$

(4) 塑性单元所提供的初应力

$$\{ \sigma \}^{(j)} = ([D]^e - [D]^{ep}) \{ \epsilon \}^{(j)} = \{ \epsilon \}^{(j)} - \{ \epsilon^p \}^{(j)} \quad (4)$$

增量初应力法的迭代过程可归纳如下,首先按全弹性进行计算,形成和分解全弹性总体刚度矩阵之后,在各增量段和各增量段内的各次迭代之中均不再改变。由于对已经进入塑性的单元必然使用过高的刚度,从而产生了大于其实际应产生的应力,即如图 2 中 $\epsilon^{(j)}$ 为某塑性元第 j 次增量段内按弹性计算所求得的应力增量(弹性应力增量), $\epsilon^{(j)}$ 则为对应 $\{ \epsilon \}^{(j)}$ 在应力应变曲线上所求得的应力增量,定义这两个应力差为该塑性元的初应力 $\{ \sigma \}^{(j)}$,那么可得

$$\{ \sigma \}^{(j)} = [D]^p \{ \epsilon \}^{(j)} \quad (5)$$

由于 $[D]^p$ 是已知的,所以求出本增量段的应变增量后便可求出初应力 $\{ \sigma \}^{(j)}$ 。在计算塑性矩阵 $[D]^p$ 时,由变化的段内割线刚度法来求其切线刚度 H 。

增量段 P_i 的确定可通过加载系数 C_i 来划分

$$C_i = P_i P P \quad (6)$$

其中 P 为总的外载。

具体实施时,首先对结构进行一次加总外载的全弹性分析,确定出第一增量段的加载系数

$$C_i = P_{i \max} P \quad (7)$$

确定出第一增量段的载荷量 P_1 后将剩余的载荷均分成 $N-1$ 段,其每段的加载系数为

$$C_i = (1 - C_1) / (N - 1) \quad (8)$$

收敛条件采用位移列阵得内积 作为判据,其内积 的形式为

$$= \left(\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \right)^{1/2} \quad (9)$$

其中 n 为位移自由度的总数。当前后两次迭代所得到的位移列阵的内积的相对误差小于给定的精度要求

$$\text{时,即} \quad \left| \frac{(j) - (j-1)}{(j)} \right| < \quad (10)$$

迭代结束,其中 j 为迭代次数。

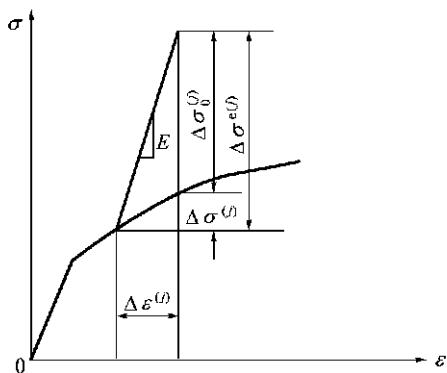


图2 塑性单元的初应力示意图

Fig. 2 Schematic diagram of initial stress for plastic elements

3 瞬态应力应变关系曲线的描述

只有确定材料的瞬态应力应变关系曲线,才能对每个单元或高斯点的应力历史进行记忆,从而才能判定材料的性态和进行弹塑性分析。这里采用文献[1]所用的 Jhansale 可用性系数方法来建立材料瞬态应力应变关系。因为骨架曲线是以分段折线形式给出的,则可对每个单元或高斯点上按其给定的折线段 L 来求出可用性系数 $F(j)$ ($j = 1, 2, \dots, L$)。其总体思想为,第 n 次反复的可用性系数不仅与前次反复终止时应力点达到的应力水平有关,且也与前次可用性系数有关。如以第 $(m-1)$ 次反复后任一单元后高斯点的第 j 段骨架曲线的可用性系数 $F_m(j)$ 为例,则其按下式计算

$$F_m(j) = 2 - F_{m-1}(j) [1 - F_{m-1}(j)] \quad (11)$$

$$F_{m-1}(j) = \frac{\sum_{k=1}^{m-1} F_{m-1}(k)}{j F_{m-1}(j)} \quad (12)$$

其中 $\frac{m-1}{i}$ 为 $m-1$ 次反复时该单元或高斯点所达到的等效应变值。 k 为骨架曲线第 i 段折线段的应变长度。

确定 $F_m(j)$ 的最后值时,对 $F_{m-1}(j)$ 必须按以下顺序进行判断

如果 $\frac{m-1}{i} - \sum_{k=1}^{m-1} F_{m-1}(k) = 0$, 则 $F_{m-1}(j) = 0$; 表示上次反复的等效应变没有达到第 j 折线段,那么 $F_{m-1}(j) = 2 - F_{m-1}(j)$ 。

如果式(12)中的 $F_{m-1}(j) = 0$, 则取 $F_m(j) = 2$, 表示第 $m-1$ 次反复以前完全用过,但在第 $m-1$ 次反复完全未用。在下次反复时无论应变达到何值,该段完全可用,即直接取可用性系数为 2。

如果所求得的 $F_{m-1}(j) = 1$, 则取 $F_m(j) = 2$, 表示该段在上次反复中完全用过,下次完全可用。如

果 $0 < F_{m-1}(j) < 1$, 则按式(11)计算。

4 瞬态屈服增量的确定

一般情况下,金属材料在循环加载过程中存在着循环硬化或循环软化。反映在滞后环各分支的瞬时变化,主要是它们的弹性直线段的长度上的差异,而其硬化的曲线段和弹性直线段的斜率保持不变,因而可采用屈服应力增量 $\Delta\sigma_{ys}$ 来描述这滞后现象。

随机加载历史和每次反复所达到的应力水平不同会产生不同的屈服增量值,这是因为第一次反复加载为单调加载,因而不产生屈服增量。未进入塑性的反复也不产生新的屈服增量,只有某次反复进入塑性才会产生屈服增量。每次反复的 $\sigma_{ys}^{(i)}$ 骨架曲线屈服应力 σ_{ys} 再乘以上一次反复后弹性直线段可用性系数即可得出本次反复的瞬态屈服极限。瞬态屈服应力增量的大小与进入塑性次数 R 有关,如采用文献[1]所给出的计算屈服应力增量 $\Delta\sigma_{yR}$ 经验公式,其形式为

对称加载下

$$\Delta\sigma_{yR} = C_{HS} \lg R \quad (13)$$

非对称循环加载下

$$\Delta\sigma_{yR} = (1 - C_{HS}) \Delta\sigma_{yR-1} + \left[\Delta\sigma_{ys}^{(m)} - (1 - C_{RC}) \Delta\sigma_{yR-1} \right] \frac{\frac{m}{i} - \frac{m}{s}}{\frac{m-1}{i} - \frac{m}{s}} \quad (14)$$

其中 C_{HS} 为材料的循环硬化或软化系数,可通过疲劳试验来确定。

C_{RC} 为与实际进入塑性次数有关的循环松弛蠕变系数, $\frac{m}{s}$ 为该单元或高斯点在本次反复的瞬态屈服极限, $\frac{m}{i}$ 、 $\frac{m-1}{i}$ 分别为本次和前次反复的等效应力。

5 随机加载下弹塑性有限元分析程序的编制

随机加载下的有限元程序是在静态分析有限元程序的基础上编制而成的。对于平面应力情况下的板试件,为了简便起见,分析中采用三角形恒应变单元。在划分网格的前处理程序中,采用了网格由密到疏的处理方法,以确保应力能够快速收敛到理论解。对于轴对称试件可采用三角形环单元来处理。程序总框图如图3。

6 计算算例

在随机加载下测量试件缺口根部的实际应力应变响应的变化值是很困难的。在这里采用本文程序给出的有限元结果与 Neuber 法的计算结果进行比较来进行间接验证,其中随机加载历程采用文献[5]所用的随机谱。材料选为 LY12CZ,其材料常数为 $E = 70\ 010$ MPa, $K = 645.79$ MPa, $n = 0.066\ 9$ 。试件为带中心孔薄板,按平面应力处理。根据对称性取四分之一建立

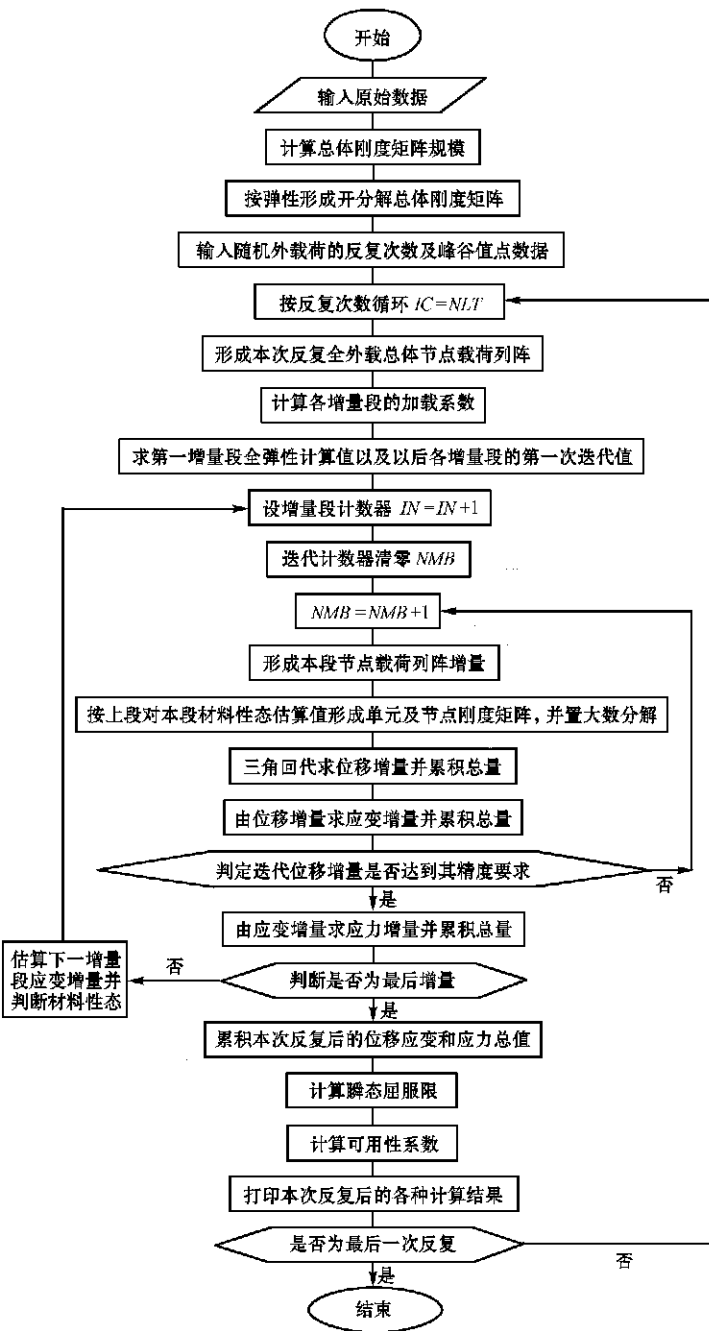


图 3 随机加载下弹塑性有限元迭代计算框图
Fig. 3 Block diagram of elastic-plastic FEM iteration under random loading

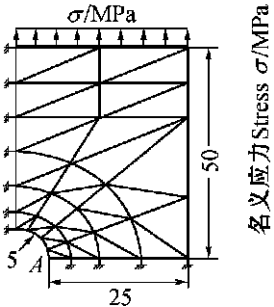


图 4 有限网格划分形式图
Fig. 4 Indication of FEM mesh

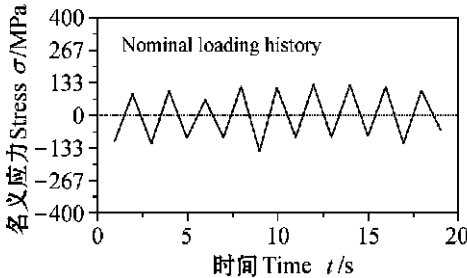
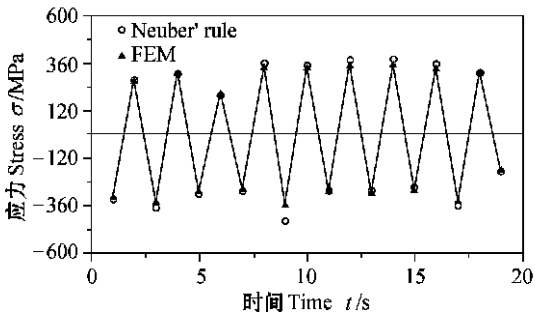


图 5 随机载荷历程的名义峰谷值点
Fig. 5 Nominal loading values of the peak and vale points for random loading history

有限元计算模型,单元划分形式见图 4。取载荷时间历程中的前 20 个峰谷值点,其名义应力值如图 5 所示。随机载荷作用下缺口根部 A 点局部应力响应的



Neuber 近似计算结果 本文有限元计算结果
Neuber's results FEM results

图 6 有限元计算局部应力响应结果与 Neuber ($K_t = 3.1$) 近似计算结果的比较
Fig. 6 Comparison between results computed by FEM and approximate values obtained by Neuber ($K_t = 3.1$)

结果比较如图 6。从图中可以看出,Neuber 法的计算结果(取 $K_t = 3.1$)的确比有限元结果要高一些,在载荷水平比较高的情况下这种趋势更加明显。这说明本文的有限元计算结果是可靠的。

7 结论

1)在文献[1]所给出的交变载荷下弹塑性有限元分析原理的基础上,根据 Jhansale 模型对随机交变加载下的缺口局部应力应变进行弹塑性有限元分析计算,其结果可直接用于缺口疲劳裂纹形成寿命预测中,从而避免了确定疲劳缺口系数,且能考虑多轴应力应变对疲劳寿命的影响。

2)文中给出了增量弹塑性有限元程序分析的详细过程,该程序经过扩展后可以计算随机加载下的缺口根部局部应力应变场强度,从而为随机加载下缺口根部的应力应变场强度分析和计算打下基础。

References

- JIANG Jinqing, ZHANG Duo. Methods of elastic-plastic finite element analysis for structures. Beijing: Astronatics Press, 1990 (In Chinese) (姜晋庆,张 铎. 结构弹塑性有限元分析法. 北京:宇航出版社, 1990).
- Mroz Z. On the description of anisotropic workhardening. J. Mech. Phys. Solids, 1967, 15: 163 ~ 175.
- Mroz Z. Attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general workhardening model. Acta Mechanica, 1969, 7: 199 ~ 212.
- Jhansale H R. A unified approach for modeling inelastic behavior of structural metals under complex cyclic loadings. AD2A040741, 1977.
- SHANG Deguang. Research on local stress-strain field intensity approach for fatigue life prediction under random loading [Postdoctoral Research Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1998 (In Chinese) (尚德广. 随机加载下疲劳寿命预测的局部应力应变场强度法研究 [博士后研究报告]. 南京:南京航空航天大学, 1998).