

# 超大构件机加工中徐变补偿的定位拟合法

张为民<sup>1,2</sup>, 褚宁<sup>2</sup>, 朱志浩<sup>1</sup>, 杨玮玮<sup>2</sup>

(1. 同济大学 中德学院, 上海 200092; 2. 同济大学 机械工程学院, 上海 201804)

**摘要:** 通过在机加工生产线外测量特征点的方法得到混凝土超大构件的毛坯模型, 采用龄期调整有效模量法计算超大构件的混凝土徐变, 在最小二乘定位拟合算法基础上设计徐变补偿定位拟合算法, 以得到机加工时的精确毛坯模型. 机加工时只需再次测量少量特征点, 并利用徐变补偿算法得到的构件毛坯模型进行匹配, 即可求得机加工模型. 对某预应力混凝土轨道梁机加工的研究结果表明, 徐变补偿的定位拟合法的拟合精度与在机加工生产线内再次测量所有特征点所得的拟合精度非常接近.

**关键词:** 混凝土超大构件; 机加工; 徐变补偿; 定位拟合算法

**中图分类号:** TG 156

**文献标识码:** A

## Fitting Positioning Method With Creep Compensation in Large Component Machining

ZHANG Weimin<sup>1,2</sup>, CHU Ning<sup>2</sup>, ZHU Zhihao<sup>1</sup>, YANG Weiwei<sup>2</sup>

(1. Chinese-German School for Postgraduate Studies, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** The blank model of a large-scale concrete component was established by measuring characteristic points outside the machining line, and then through age-adjusted effective modulus method, the concrete creep was calculated. Based on fitting algorithm of least-squares estimation in target location, the position fitting algorithm for creep compensation was given to obtain the accurate blank model for machining. When machining, just a few characteristic points are needed to match with component blank model based on creep compensation algorithm, and then the machining model can be built. The machining results about a prestressed concrete track girder show that the fitting precision calculated by position fitting algorithm is very close to that by remeasuring all characteristic points of machining line.

**Key words:** concrete large-scale components; machining; creep compensation; position fitting algorithm

超大构件(结构尺寸从几米到几十米)因其自重导致结构刚性差, 机加工的毛坯余量又相对较小, 需要采用寻位加工<sup>[1]</sup>. 最小二乘法拟合定位法<sup>[2]</sup>是一个较为理想的寻位加工方法, 即通过拟合加工坐标系与设计坐标系得到理想的机加工模型.

通常机加工前需要测量检验构件的毛坯质量, 并以此建立构件的毛坯模型. 机加工时为了减少测量时间, 仅选取构件边缘的少量定位特征点进行测量, 通过最小二乘法拟合来补偿构件模型的微小变形. 混凝土超大构件主体结构部分由混凝土制成或采用钢-混凝土结构, 徐变是混凝土构件变形的一部分, 反映了构件在荷载长期作用下的变形效应. 在超大构件制作过程中, 由于自重、加工周期较长、变载荷、环境温度等影响, 徐变的变化量足以影响最小二乘拟合的拟合精度, 需要进行补偿计算来准确得到机加工时的构件模型.

## 1 混凝土超大构件徐变

### 1.1 混凝土超大构件

超大构件分为钢结构、混凝土结构、钢-混凝土结构等, 混凝土与钢-混凝土结构超大构件广泛应用于建筑、交通等行业.

例如磁悬浮列车轨道梁是典型的梁型超大构件, 以一个标准的 24 m 梁为例, 梁体是钢筋混凝土结构, 自重数 10 t, 毛坯上分布着近 300 个待机加工的预埋件. 预埋件为球墨铸铁, 分梁侧预埋件与底部预埋件, 预埋件表面需铣削并钻、镗出安装用销孔.

收稿日期: 2008-12-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50675159); 国家“八六三”高新技术研究发展计划资助项目(2007AA042002); 德国蒂森克虏伯基金资助项目

作者简介: 张为民(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为机械制造及其自动化. E-mail: wmzhang@online.sh.cn

加工要素的位置公差要求为 0.02 mm, 测量以销孔中心作为测量特征点. 为了适应实际工况, 加工要素

设计了预拱量, 机加工时在梁体上表面预加负载补偿预拱, 如图 1 所示.

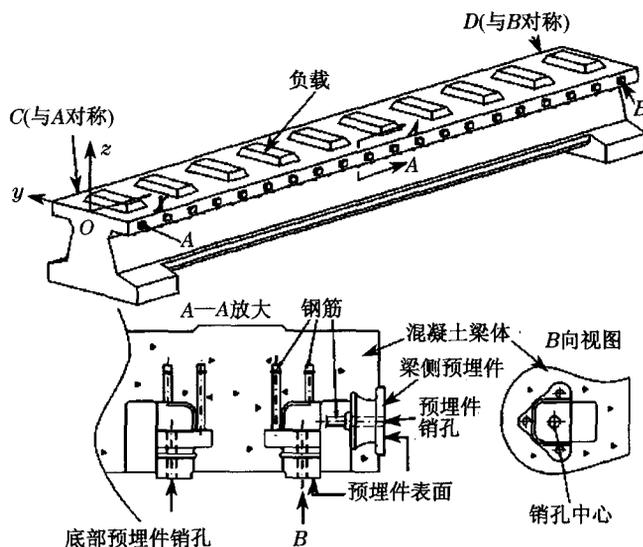


图1 轨道梁预埋件

Fig.1 Embedded parts of guider way girder

## 1.2 徐变计算公式

徐变是混凝土在长期荷载作用下的一种固有特性, 是荷载和时间的函数. Bazant<sup>[3]</sup>将混凝土线性徐变理论中的 6 种简化方法与精确解作了比较. 计算表明, Trost-Bazant 龄期调整有效模量法是所有简化方法中最完善的. 如今龄期调整有效模量法已广泛用于工程界, 参考轨道梁的实际机加工时的载荷情况, 并利用实测数据比较各个徐变理论模型的计算精度, 决定采用龄期调整有效模量法来计算徐变变形.

当  $t_0$  时刻开始施加恒荷载  $\sigma(t_0)$  之后, 梁体随时间受变化应力作用, 在  $(t_0, t)$  时段内混凝土的应变增量  $\varepsilon(t, t_0)$ <sup>[4]</sup> 为

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t_0)}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma(t) - \sigma(t_0)}{E_\varphi(t, t_0)} \quad (1)$$

式中:  $E_c$  为混凝土的弹性模量;  $\varphi(t, t_0)$  为  $t_0$  时刻至  $t$  时刻混凝土的徐变系数;  $\sigma(t)$  为  $t$  时刻混凝土的应力;  $E_\varphi(t, t_0)$  为与混凝土的老化系数相关的弹性模量.

$\varphi(t, t_0)$  与  $E_\varphi(t, t_0)$  的计算相对复杂, 这里不作展开, 可以视为与  $t$  有关的线性函数, 由查表得到.

## 2 徐变补偿

### 2.1 修正转换矩阵

最小二乘拟合定位法的流程为: 按设计要求建

立机加工理想模型  $M_E$ ; 进入机加工生产线前, 采集构件上的  $n$  个特征点数据来建立构件毛坯模型  $R_0$ ; 机加工时为了缩短测量时间, 采集  $m$  个特征点的数据 ( $m \leq n$ ), 建立机加工线内的构件毛坯模型  $R_1$ ; 通过最小二乘拟合理想模型  $M_E$  与线内毛坯模型  $R_1$ , 建立初始机加工模型  $M_0$ . 由于前后采集的特征点数不同, 需利用构件毛坯模型  $R_0$  计算修正转换矩阵  $C$  代入  $M_0$ , 求得最终的机加工模型  $M_M$ .

最小二乘拟合算法求解采用模式搜索法, 通过求解最佳转换矩阵  $T$ , 可以快速和有效地进行最小二乘拟合<sup>[5]</sup>, 以下模式搜索法最小二乘拟合简称拟合, 转换矩阵  $T_{AB}$  指代  $M_A$  到  $M_B$  的最佳转换矩阵.

最小二乘法拟合定位法中, 机加工模型  $M_M$  的准确性与修正转换矩阵  $C$  的修正效果有直接关系. 通过分别拟合理想模型  $M_E$  与线外构件毛坯模型  $R_0$  上定位特征点与所有特征点得到转换矩阵  $T_{E0part}$  与  $T_{E0}$ ; 拟合理想模型  $M_E$  与线内构件毛坯模型  $R_1$  上定位特征点得到矩阵  $T_{E1part}$ , 则修正转换矩阵  $C$  与机加工模型  $M_M$  的计算公式为

$$\begin{cases} C = T_{E0part}^{-1} T_{E0} \\ M_M = T_{E1part} T_{E0part}^{-1} T_{E0} M_E \end{cases} \quad (2)$$

如果机加工线内的构件毛坯模型  $R_1$  与预检所得的构件毛坯模型  $R_0$  只存在坐标系的不一致, 由最小二乘拟合的唯一性可知机加工模型  $M_M$  是理想模型  $M_E$  与构件毛坯模型  $R_1$  的最小二乘解, 也即预检

所得的毛坯模型  $R_0$  越接近于机加工线内的毛坯模型  $R_i$ ,修正转换矩阵的修正效果越好.

### 2.2 形变补偿

超大构件在预制、养护以及移送至机加工车间的过程中,造成构件形变的原因多种多样,如构件受压或受拉造成构件拉伸或挤压变形,环境温度不能保持恒温而使构件发生膨胀和收缩,支承的过程中各支座受力不均将产生构件的弯曲扭转变形,构件长时间静置造成徐变等.

采用徐变补偿的主要原因如下:

(1) 最小二乘拟合定位法的定位特征点一般取在构件的边缘处(主要选择构件各边顶点),边缘的变形通常表现出构件最大的拉压扭曲变形或者膨胀收缩等的变形量,通过最小二乘拟合边缘特征点可以较好地补偿整段构件的变形.然而对于包含大量的可自由伸缩部分的构件(如梁型构件),最大徐变量发生在构件自由伸缩部的最大应力处,而构件边缘由于受到约束,徐变量可以忽略.因此,如仍采用最小二乘拟合边缘特征点则不能补偿徐变所造成的形变误差.

(2) 通过保持恒温可以减少构件的膨胀收缩;在各工位之间运输与定位过程中保持构件基座的均匀受力可以减少构件的拉压与扭曲变形;徐变作为混凝土构件的固有属性,通过外部作用难以减小.

(3) 通过少量特征点不能直接得到构件形变,更不能从中分离出各种形变类型,由于徐变影响较大,因此需计算徐变补偿值.

## 3 徐变补偿的最小二乘定位拟合算法

### 3.1 建立理想模型

土木工程中大型结构件通常采用大地坐标系(左手系),加工点位为所加工平面中心的空间点位  $P_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ .在机加工生产线上,测量所用的接触测量法或者激光跟踪非接触式测量法采用局部坐标系(右手系).将整个构件的机加工模型用  $4 \times n$  的齐次坐标矩阵( $n$  为特征点数)标记,并转大地坐标为右手大地坐标,记为理想模型  $M_E$ ,式(3)为包含 288 个特征点的理想模型.

$$M_E = \begin{bmatrix} 208.327 & 229.504 & \dots & 24\ 339.663 \\ -4\ 508.081 & -4\ 747.141 & \dots & -140.430 \\ 23.702 & 25.000 & \dots & 0 \\ 1.000 & 1.000 & \dots & 1.000 \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 3.2 测量特征点与建立构件毛坯模型

机加工前为了检验毛坯质量,需要测量所有预埋件的预埋质量.通过在预埋件上安装测量工装,将测量工装的中心设定为测量特征点坐标  $Q_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ ,用 API 激光跟踪测量仪进行测量,同 3.1 节的方法生成  $4 \times n$  的齐次坐标矩阵,记为  $R_{Check}$ .设毛坯面外法向单位矢量矩阵为  $V_{Check}$ ,则构件的线外毛坯模型  $R_0$  如下:

$$R_0 = R_{Check} - dV_{Check} \quad (4)$$

式中: $d$  为测量工装的厚度.

### 3.3 建立徐变补偿的构件毛坯模型

徐变主要是由内应力造成,内应力的计算包括 2 部分:弯曲正应力  $\sigma$  与预应力  $\sigma_{in}$ ;弯曲剪应力  $\tau$ .正应力总和  $\sigma_{all}$  与剪应力  $\tau$  分别代入式(1)计算徐变

$$\begin{cases} \sigma_{all} = \sigma_{in} + \sigma = \sigma_{in} + \frac{Mh}{J} \\ \tau = \frac{QS}{Jb} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $M$  为截面弯矩; $h$  为特征点与中性轴的距离; $J$  为截面对中性轴惯距; $Q$  为截面剪力; $S$  为截面对中性轴静距; $b$  为特征点所在截面宽度.

徐变补偿的毛坯模型  $C_c$  通过计算线外毛坯模型  $R_0$  移入机加工线内后的徐变变形求得.建模的主要步骤如下.

#### 3.3.1 预检毛坯模型坐标系转换

静置与养护与机加工的过程中,构件保持与实际工况下近似的位姿,即认为构件毛坯模型接近于理想模型在右手大地坐标系下的点位分布,在计算徐变前,需要先将构件毛坯模型  $R_0$  从线外预检坐标系转换至右手大地坐标系下.拟合构件毛坯模型  $R_0$  与理想模型  $M_E$  得到最佳转换矩阵  $T_{OE}$ ,计算右手大地坐标系下的构件毛坯模型  $R_E$

$$R_E = T_{OE} R_0 \quad (6)$$

为方便计算,选取梁体端面的 4 个特征点  $A, B, C, D$ ,如图 1 所示,由右手大地坐标系  $OXYZ$  建立以点  $A$  为坐标系原点的局部坐标系  $OX'Y'Z'$ ,右手大地坐标系到局部坐标系的转换如下:

$$\begin{cases} V_X = \frac{V_{BA} + V_{DC}}{|V_{BA} + V_{DC}|} \\ V_Z = Z \\ V_Y = V_Z \times V_X \\ V_{EP} = \begin{bmatrix} V_X & V_Y & V_Z & A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $V_X, V_Y, V_Z$  为局部坐标系单位坐标轴向量; $V_{BA}$

为点  $B$  到点  $A$  的单位向量,  $V_{DC}$  为点  $D$  到点  $C$  的单位向量;  $Z$  为右手大地坐标系  $Z$  轴单位坐标轴向量;  $V_{EP}$  为从右手大地坐标系到局部坐标系的转换矩阵;  $A$  为右手大地坐标系下点  $A$  的坐标.

局部坐标系下构件毛坯模型  $R_p$  如下:

$$R_p = V_{EP} T_{OE} R_0 \quad (8)$$

### 3.3.2 徐变补偿的构件毛坯模型

在建立局部大地坐标系构件毛坯模型  $R_p$  的基础上,通过计算特征点的徐变变形值建立徐变补偿的构件毛坯模型  $R_c$

$$R_c = R_p + V_{\text{deformation}} = \begin{bmatrix} x_1 + \Delta x_1 & x_2 + \Delta x_2 & \cdots & x_n + \Delta x_n \\ y_1 + \Delta y_1 & y_2 + \Delta y_2 & \cdots & y_n + \Delta y_n \\ z_1 + \Delta z_1 & z_2 + \Delta z_2 & \cdots & z_n + \Delta z_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $V_{\text{deformation}}$  为特征点的徐变量矩阵.

以轨道梁的徐变为例,参考纯弯曲简支梁作为梁体的受力模型.正应力徐变造成应力方向  $X, Y$  上的线性变形,剪应力徐变表现为  $Z$  方向上变形

$$\begin{cases} \Delta L_x = \int_0^{L_x} \left( \frac{\sigma_x(t_0)}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma_x(t) - \sigma_x(t_0)}{E_\varphi(t, t_0)} \right) dx \\ \Delta L_y = \int_0^{L_y} \left( \frac{\sigma_y(t_0)}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma_y(t) - \sigma_y(t_0)}{E_\varphi(t, t_0)} \right) dy \\ \Delta L_z = \left( \frac{\sigma_z(t_0)}{E_c} \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma_z(t) - \sigma_z(t_0)}{E_\varphi(t, t_0)} \right) L_z \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\Delta L_x, \Delta L_y$  为特征点所处构件  $X, Y$  方向上的总徐变量,  $\Delta L_z$  为特征点所处截面的  $Z$  方向徐变量;  $L_x, L_y, L_z$  分别为构件  $X, Y, Z$  方向上的长度;  $\sigma_x(t_0), \sigma_y(t_0), \sigma_z(t_0)$  为特征点  $X, Y, Z$  方向上的初始应力;  $\sigma_x(t), \sigma_y(t), \sigma_z(t)$  为特征点  $X, Y, Z$  方向上  $t$  时刻的应力.

轨道梁模型结构类似细长杆,梁面基本水平,在运输和定位过程中的位姿无明显变化.当构件受非自由运动部分约束,  $X, Y$  上的线性变形表现为应力方向与挠度方向的变形总和.梁内特征点基本分布于构件两侧边缘,构件  $X$  向两端受底座的约束,特征点  $X, Y$  方向上的变化可忽略,  $X$  向(特征点主要沿  $X$  向分布)上的线性徐变完全转化为挠度方向( $Z$  向)的变形,已得到实验数据的验证.参考均匀受力的简支梁模型,通过实验数据修正  $X$  向正应力徐变在挠度方向的变形,以梁跨中徐变挠度  $\Delta z_m$  为基准,各特征点的挠度  $\Delta z_i$  计算如下:

$$\begin{cases} \Delta z_m = 0.127 \Delta L_x L_x \\ \Delta z_i = \frac{16 \Delta z_m}{5 L_x^4} (x_i L_x^3 - 2 L_x x_i^3 + x_i^4) \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $x_i$  为特征点  $X$  方向上的坐标.

轨道梁徐变补偿的构件毛坯模型  $R_c$  如下:

$$R_c = R_p + V_{\text{creep}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_n \\ z_1 + \Delta z_1 & z_2 + \Delta z_2 & \cdots & z_n + \Delta z_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:  $V_{\text{creep}}$  为修正后的特征点徐变变形量矩阵.

### 3.4 计算修正转换矩阵与机加工模型

分别拟合理想模型  $M_E$  与徐变补偿的构件毛坯模型  $R_c$  上定位特征点与所有特征点得到最佳转换矩阵  $T_{EEpart}$  与  $T_{EE}$ ; 拟合理想模型  $M_E$  与线内构件毛坯模型  $R_l$  上定位特征点得到最佳转换矩阵  $T_{ERpart}$ , 修正转换矩阵与机加工模型  $M_M$  实际计算公式如下:

$$M_M = T_{ERpart} T_{EEpart}^{-1} T_{EE} M_E \quad (13)$$

徐变补偿的最小二乘拟合定位法的流程如图 2.

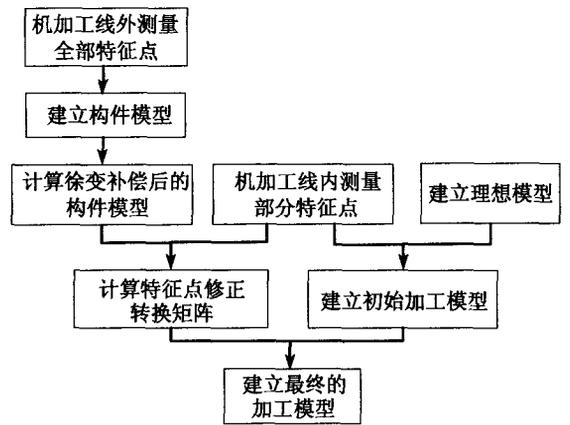


图2 徐变补偿的最小二乘拟合定位法  
Fig.2 Fitting positioning method with creep compensation

## 4 应用实例

采样 2 根 24 m 轨道梁(实测 144 个特征点),梁体已经过 1 个月以上的静置与养护,定位特征点选择梁端 4 个顶点,即图 1 中  $A, B, C, D$  点.徐变值计算参数:  $X$  向总长 24 423.0 mm,  $Y$  向总长 1 980.0 mm,  $Z$  向特征点平差 10.5 mm, 预应力均值  $\sigma = -0.8$  MPa, 梁体自重  $q_0 = 57.33$  N · mm<sup>-1</sup>,  $E_c = 3.6 \times 10^4$  MPa, 跨中截面惯距  $J_y = 7.072 \times 10^{11}$  mm<sup>4</sup>,

跨中截面特征点离中性轴距离  $h = 657.8$  mm. 预检与及加工车间内测量间隔  $t_1 = 10$  d,  $t_2 = 4$  d, 梁上负载  $q_1 = 13.07$  N · mm. 利用 MATLAB 为计算工具, 分别采用最小二乘拟合定位法和徐变补偿算法计算拟合精度  $s$ . 拟合精度为所有特征点的理想模型坐标与其对应的加工模型坐标之差的均方根, 公式如下:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k [(x_{qi} - x_{pi})^2 + (y_{qi} - y_{pi})^2 + (z_{qi} - z_{pi})^2]}{k}} \quad (14)$$

式中:  $k$  为拟合点数;  $x_{qi}, y_{qi}, z_{qi}$  为线内测量坐标;  $x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}$  为理想模型坐标.

徐变补偿的效果如表 1.

表 1 徐变补偿拟合精度

Tab.1 Fitting precision of creep compensation

实验梁号	未补偿徐变	徐变补偿	实测特征点拟合
梁 1	4.108 1	3.616 0	2.730 4
梁 2	3.567 4	3.462 2	3.437 0

图 3 实测挠度为利用毛坯测量特征点拟合得到. 由表 2 可知, 徐变补偿算法的拟合精度与线内实测所有特征点的拟合精度之间的误差由 33.4% 和 3.7% 分别降为 24.5% 和 0.7%. 但需要注意的是, 经检验知梁 1 基座重复安装时受力不均造成梁体扭曲变形, 徐变补偿算法不能完全抵消此类安装定位误差; 梁 2 控制了重复安装的误差, 实测拟合误差仅为 0.7%, 徐变补偿算法的效果明显.

## 5 结语

超大混凝土构件机加工属于典型的机械工程与土木工程学科相互交叉的问题, 在寻位机加工时必须考虑自由伸缩部分的徐变的影响, 采用徐变补偿的最小二乘拟合定位法提高了拟合精度, 确保了机加工的质量, 此方法应用于预应力混凝土轨道梁的

机加工实验, 结果验证了该方法是非常有效的.

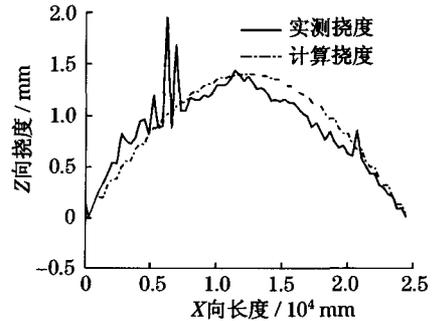


图 3 梁 2 实测挠度与计算挠度

Fig.3 Measured deflection and calculated deflection of tested beam 2

## 参考文献:

- [1] 张为民, 朱志浩, 樊留群, 等. 超大构件机加工的定位拟合法[J]. 机械工程学报, 2006, 42(4): 131. ZHANG Weimin, ZHU Zhihao, FAN Liuqun, et al. Study on fitting algorithm of positioning for machining of huge workpiece [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(4): 131.
- [2] 张为民, 樊留群, 朱志浩, 等. 磁悬浮列车轨道梁机加工[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2004, 32(1): 97. ZHANG Weimin, FAN Liuqun, ZHU Zhihao, et al. Maching of maglev guider way girder [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2004, 32(1): 97.
- [3] Zdenek P Bazant. Prediction of concrete creep and shrinkage, past, present and future [J]. Nuclear Engineering and Design, 2001, 203: 27.
- [4] 薛伟辰, 王巍. 轨道交通预应力混凝土梁施工阶段徐变性能研究[J]. 铁道学报, 2008, 30(1): 366. XUE Weichen, WANG Wei. Study on creep behavior of prestressed concrete beams for rail transportation during construction stage [J]. Journal of the China Railway Society, 2008, 30(1): 366.
- [5] 赵建华, 张为民, 邱玮. 采用模式搜索法对磁悬浮列车轨道梁的加工实现精确定位[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2007 (12): 33. ZHAO Jianhua, ZHANG Weimin, QIU Wei. Precision positioning for machining of maglev guide way girder with pattern search method [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2007(12): 33.